中京大学経済学論叢
26号
2015年３月

# 池間カーブを用いた混合複占分析

都　丸　善　央

**概要**

本研究では，池間カーブを用いて混合複占市場における補助金政策を幾何学的に分析する．本論文で提供される手法は，完全競争均衡や独占市場均衡の分析と同様に，数量・価格の平面で混合複占市場におけるクールノー・ナッシュ均衡を分析するというものである．これは，均衡分析にとどまらず比較静学分析や余剰分析を同時に行うことができるというメリットを持っている．

**Keywords**: 混合複占；池間カーブ；補助金政策
**JEL Classification**: L13, L32

## 1　序論

近年の民営化の潮流を反映して，これまで公企業と私企業が混在する混合寡占市場について様々な角度から分析が行われてきた[*1]．その代表的な研究として，De Fraja and Delbono (1989) が挙げられる．彼らは，混合寡占市場を「利潤最大化を目的とする私企業と社会的余剰を最大化する公企業とが混在した市場」としてとらえ，それらの異質な企業同士がクールノー競争をしている状況を分析した．そうした想定の下で，彼らが示したことは以下の通りである：もし，市場にいる私企業が少ないという意味で市場が競争的ではないものとすると，公企業の民営化は社会的余剰の観点からは望ましくはない．しかし，逆に，市場が競争的である場合には，公企業の民営化が望ましいのである．したがって，公企業の民営化の是非は市場の競争度に依存しているのである．

De Fraja and Delobono (1989) によって，民営化政策の是非と競争度の関係性が明らか

[*1] 混合寡占理論全般の議論については，たとえば，松村 (2005) や都丸 (2014) などを参照されたい．

にされた後，市場の競争度に影響しうる産業政策の効果について盛んに研究されるようになったのは必然だといえよう．混合寡占市場における産業政策に関しては多岐にわたる分析が行われているが，その中でも最も精力的に分析されているのが生産補助金政策である．その分析に先鞭をつけたのが White (1996) である．彼は，政府が公企業と私企業に同率の補助金を出すことを想定して，「補助金率を適切に設定すれば，完全競争市場均衡と同じ生産配分（すなわち，最善の配分）を混合寡占市場均衡として実現できる」ということを証明したのである．この結果は，公共経済学の見地からすると非常に興味深い．ティンバーゲンの定理が示すように，2 つの政策目標があるときに最善の配分を達成しようと思うのであれば，少なくとも 2 つの政策が必要である．したがって，混合寡占市場では私企業による過少生産と公私企業間の目的関数の相違という対処すべき 2 つの問題がある以上，最善の配分を達成するには 2 つ以上の政策が必要となると考えられる．しかしながら，White (1996) は 1 つの政策（全ての企業に同率の補助金を出すという政策）で十分だということを示したのである．

この興味深い研究に端を発して，多くの研究が混合寡占市場における補助金政策について取り組んできた．たとえば，ゲームの手番構造に注目して，Poyago-Theotoky (2001) と Myles (2002) は，公企業がシュタッケルベルグリーダーであっても White (1996) の結果は成り立つことを示している．さらに，Tomaru and Saito (2010) は，公企業がシュタッケルベルクフォロワーだとしても最善の配分が実現するが，必要となる補助金率はクールノー競争の時に比べて低いことを示している．他の研究の例としては，企業の所有関係や目的関数に注目したものがある．たとえば，Tomaru (2006) は，公企業が民間投資家と政府によって同時に所有されている半官半民企業であったとしても，やはり，White (1996) の結果が成り立つことを示している．また，Kato and Tomaru (2007) は，私企業が利潤最大化企業でない場合について議論をしている[*2]．

以上に列挙した補助金政策に関する研究は，通常の寡占理論と同様に，いずれも数学的に解を求めることによって結果を導いている．そこに幾何学的な意味合いはほとんどない．本来，寡占が持つ問題は企業による過少生産がもたらす社会的損失にあるといえる．すると，必然的に余剰分析が必要になる．もちろん，解析的に解を求めた後で余剰の計算をすることは可能であるが，幾何学的に数量・価格平面で結果を解釈した方が理解はより深まることは言うまでもないであろう．

そこで本研究は，上述した混合寡占市場における補助金政策を 1 つの題材として，余剰

[*2] 他にも補助金政策についての研究は多数ある．たとえば，Hashimzade et. al (2007)，Zikos (2007)，Gil-Moltó et al. (2011)，Wang and Chen (2011)，Matsumura and Tomaru (2012; 2013)，Matsumura and Okumura (2013) などを参照されたい．

分析を幾何学的に行うことを考える．しかも，既存研究とは異なり，均衡から余剰に至る一連の議論を全て数量・価格の平面だけで考える．それを実行するのに有用なのが，池間 (1991) によって提示された池間カーブである．池間カーブを端的に説明するならば，それは寡占市場にいる企業の最適反応を数量・価格平面にプロットした曲線である*3．すなわち，所与の価格に対して，各企業が選択する最適反応生産量が対応するグラフである．いわば，寡占市場における擬似的な供給曲線とでも言うべきものなのである．この擬似的な供給曲線である池間カーブを使えば，完全競争市場において市場供給曲線を求めて均衡を導くのと同じ手順で，クールノー・ナッシュ均衡を求めることができる．さらに，同時に，余剰分析も可能なのである．次節では，具体的に，池間カーブを用いて混合市場の均衡について議論していくことにする．

# 2 モデル

同質財を生産している企業 1 と企業 2 によるクールノー競争を考える．当該財の需要は線形の逆需要関数 $P = P(Q) = a - Q$ で与えられている．ただし，$P$ は財価格を表わし，$Q$ は財に対する需要量を表わしている．そして，消費者の需要は企業 1 の生産量 $q_1$ と企業 2 の生産量 $q_2$ によってまかなわれ，需給均衡式 $Q = q_1 + q_2$ が成り立つ．各企業の費用は同一の形状で，2 次費用関数 $C(q_i) = \frac{1}{2}kq_i^2$（$i = 1, 2$）で与えられているものとする．

以上の逆需要関数と費用関数を利用すると，各企業の利潤は

$$\pi_i(q_1, q_2, s) = (a - q_1 - q_2)q_i - \frac{1}{2}kq_i^2 + sq_i, \quad i = 1, 2,$$

として与えられることになる．利潤の式の中の $s$ は従量補助金率である．社会的余剰は

$$W(q_1, q_2) = \int_0^Q (a - z)dz - \frac{1}{2}kq_1^2 - \frac{1}{2}kq_2^2, \tag{1}$$

で与えられる．容易に見て取れることであるが，各企業の利潤は補助金率 $s$ に依存している一方で，社会的余剰は $s$ から独立的である．これはもちろん，生産補助金が政府から企業への一括的所得移転にすぎないことによる．

さて，この研究を通じて考えようとしている状況は，序論で述べたとおり，公企業と私企業が競争する複占市場である．そこで，企業 1 を公企業とし，企業 2 を私企業とする．私企業は民間投資家によって所有されているわけであるから，私企業の経営者は利潤の最大化を彼らから期待されている．したがって，私企業である企業 2 は利潤最大化企業だ

*3 池間カーブの一般的な議論については Ishikawa (1997) を参照されたい．

と想定してもよいだろう．一方，公企業は民間投資家ではなく政府によって所有されており，私企業と同じく利潤最大化行動をとるものと想定するのは必ずしも適切だとはいえない．そこで本研究では，De Fraja and Delbono (1989) をはじめとする多くの既存研究にならって，公企業が社会的余剰を最大化するように行動するものと仮定する．

分析に入る前に，本研究で扱うゲームの構造について説明する．本研究が扱うのは 2 段階ゲームである．第 1 段階では，政府が社会的余剰を最大化するように補助金率 $s$ を決定する．そして，その補助金率 $s$ を観察した上で，両企業が自身の目的関数を最大化するように生産量 $q_i$（$i = 1, 2$）を第 2 段階で決定する．本研究で対象とする解概念は部分ゲーム完全均衡であり，以下では，後ろ向き帰納法を利用してそれを求める．

# 3　池間カーブを用いた均衡分析

## 3.1　第 2 段階の分析

それでは，第 2 段階の分析から始めることにしよう．第 2 段階では，企業 1 と企業 2 はそれぞれの目的関数を最大化するように生産量を決定する．このとき，各企業の最適化のための 1 階条件は次のように与えられる．

$$\frac{\partial W}{\partial q_1} = a - Q - kq_1 = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = a - Q - q_2 - kq_2 + s = 0. \tag{3}$$

(2) 式と (3) 式からなる連立方程式を解けば，クールノー・ナッシュ均衡が求められる．あるいは，(2) 式と (3) 式のそれぞれから反応関数を求め，それらを連立して解けば，やはりクールノー・ナッシュ均衡が求められる．ただし，ここでは，そのようにすることはせず，それらとは異なる方法によってクールノー・ナッシュ均衡を求めることにしたい．それを以下で示していく．

(2) 式と (3) 式の右辺にある「$a-Q$」はちょうど逆需要関数の式である．そこで，$P = a-Q$ をそれぞれの式に代入して変形すれば，次の関係式が直ちに得られる．

$$q_1 = I_1(P) = \frac{P}{k}, \tag{4}$$

$$q_2 = I_2(P, s) = \frac{P + s}{k + 1}. \tag{5}$$

これらの式が指し示していることは，所与の価格 $P$ に対して各企業がどのような生産量水準を選ぶべきかということである．一見，内生的に決まるはずの $P$ を所与と考えるは奇異

に思われるが，関数 $I_i$（$i = 1, 2$）は数学的には反応関数と同じである．それは，所与とする変数と内生的に決まる変数を入れ替えたにすぎないのである[*4]．

こうして得られた関数 $I_i$ のグラフは池間カーブと呼ばれている．この池間カーブが持つ重要な点は，完全競争市場の分析と同じ手法で均衡や余剰の分析が可能になるという点にある．通常の反応関数を用いた分析であると，まず，両企業の生産量の平面で分析を行う必要がある．そして，その分析を踏まえてはじめて余剰分析が可能になる．そうした 2 段階の分析はやや手間がかかる．さらに，「完全競争市場均衡や独占均衡であれば $(Q - P)$ 平面だけで分析できるのに，企業が 2 社になった途端にそれができない」というのも分析の整合性に欠けるように見える．池間カーブはこれらの問題を解消する非常に有用な分析ツールなのである．

それを図を用いて説明することにしよう．便宜的に，関数 $I_1$ と $I_2$ をそれぞれ $P$ について解き直しておく．

$$P = kq_1, \tag{6}$$
$$P = (k+1)q_2 - s. \tag{7}$$

(6) 式は企業 1 の池間カーブに，(7) 式は企業 2 の池間カーブにそれぞれ対応している．(6) 式の右辺の式 $kq_1$ は企業 1 の限界費用である．すなわち，企業 1 の池間カーブは限界費用曲線そのものなのである．以上の 2 つの池間カーブを図に描いてみることにする．

図 1 における右下がりの直線は需要曲線である．そして，$I_1$ と $I_2$ とある直線はそれぞれ企業 1 と企業 2 の池間カーブである．上で述べたが，池間カーブは「与えられた価格 $P$ に対して各企業がどのような生産量を選択するかを表わすグラフ」である．そのように考えると，直線 $I_1$ と $I_2$ が，それぞれ，企業 1 と企業 2 の個別供給曲線のような役割を果たすことがわかる．そこで，直線 $I_1$ と $I_2$ を個別供給曲線とみなして，市場供給曲線に対応するものを求めてみると

$$Q = I_1(P) + I_2(P, s) \;\Leftrightarrow\; P = \frac{k(k+1)}{2k+1}Q - \frac{ks}{2k+1} \tag{8}$$

となる．この (8) 式を図示したのが直線 $I$ である．このとき，直線 $I$ と需要曲線の交点 $C$ がちょうど混合複占におけるクールノー・ナッシュ均衡に対応しているのである．理由は以下の通りである．点 $C$ に対応する価格が与えられれば，各企業は自身の池間カー

[*4] 同じ発想で，準反応関数というものがある．仮に，各企業の 1 階条件を自分の生産量と総生産量の式だとしてみなして，自分の生産量について解きなおしてみる．そうすると，その式は総生産量に対する最適反応とみなすことができる．これを準反応関数という．したがって，準反応関数の場合，総生産量を所与だとおいているのである．

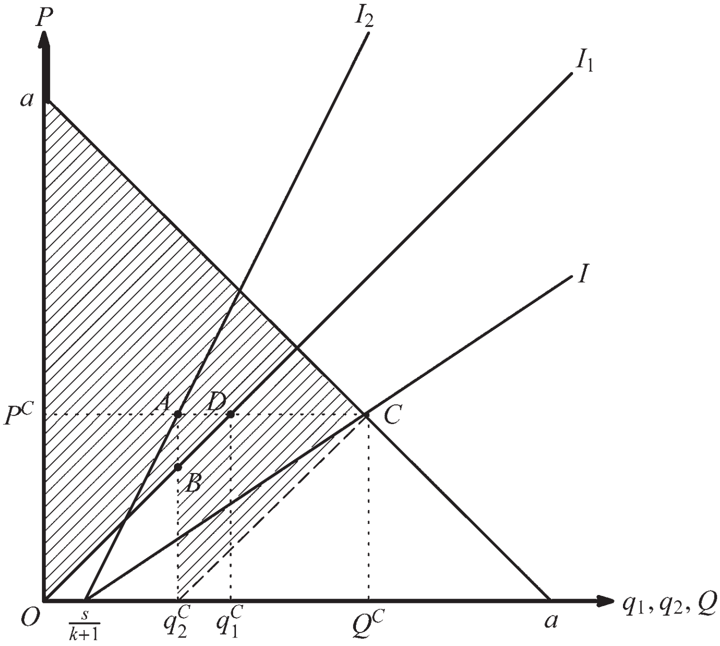


図 1　第 2 段階の均衡

ブにもとづいて $q_1^C$，$q_2^C$ を選択する．点 $C$ が需要曲線上にあることから，その合計量 $Q^C = q_1^C + q_2^C$ はちょうど需要量と等しい．したがって，market-clearing condition は満たされている．そして，各企業の池間カーブは $P$ と最適生産量の関係という形で最適反応を表現したものであるわけだから，どちらの企業も $P^C$ に対して $q_i^C$（$i = 1, 2$）と異なる生産量を選択するインセンティブを持たない．したがって，点 $C$ で表わされる状態がちょうどクールノー・ナッシュ均衡に対応しているといえるのである．

以上のように，池間カーブを使えば，生産量の平面 $(q_1 - q_2)$ ではなく数量・価格平面 $(Q - P)$ によってクールノー・ナッシュ均衡の議論ができるのがわかった．こうして $(Q - P)$ 平面でクールノー競争を議論すれば，補助金率 $s$ についての比較静学分析や余剰分析もたった 1 つの図だけで実行可能なのである．それらの点を見てからこの節を閉じることにしたい．

まず，$s$ についての比較静学分析を試みることにする．企業 1 の池間カーブ (4) は $s$ に依存していない．これは，社会的余剰が $s$ から独立であることによる．一方，企業 2 の池間カーブ (5) は $s$ に依存する．したがって，$s$ の変化は企業 2 の池間カーブの変化を通じて均衡に影響を及ぼすのがわかる．ところで，(7) 式と (8) 式を見ると，$s$ の上昇（下落）は傾きを変えることなく，企業 2 の池間カーブと市場全体のそれを右方向（左方向）にシ

フトさせるのが確認できる。言い換えれば，補助金の変化は図 1 の直線 $I_2$ と $I$ によって作られる錐を水平方向にシフトさせるのである．

以上のことを踏まえて，$s$ の上昇がもたらす均衡生産量への影響について考えてみよう．補助金率 $s$ が上昇したとしよう．すると，錐が右方向にシフトするので，$I$ と需要曲線の交点 $C$ は右下にずれる．したがって，均衡価格は低下し均衡総生産量は増加する．図 1 には示されていはいないが，その新たな均衡価格の下での錐の横幅は以前よりも狭くなり，$I_2$ と縦軸の間の距離は長くなるのがわかる．錐の横幅が企業 1 の生産量を，$I_2$ と縦軸の間の距離が企業 2 の生産量を表わしていることに注意すれば，$s$ の上昇の結果，企業 1 の均衡生産量は減少し，企業 2 の均衡生産量が増加することになるのがわかる．

続いて，余剰分析について考えてみよう．話が冗長にならないように，ここでは，社会的余剰についてのみ考えることにする．社会的余剰は (1) 式で与えられているように，総消費便益から各企業の総費用を差し引いたものである．総消費便益は図 1 の台形 $Q^COaC$ である．一方，各企業の総費用は次のように考えればよい．企業 1 の池間カーブが企業 1 の限界費用曲線であり，しかも，両企業ともに同一で，固定費用を含まない費用関数を持っていたのを思い出してほしい．すると，直線 $I$ を利用すれば両企業の総費用を求めることができるわけである．簡単な考察から，企業 1 の総費用は三角形 $ODq_1^C$，企業 2 のそれは三角形 $OBq_2^C$ だとわかる．さらに，線分 $OD$ と線分 $q_2^CC$ が平行であることから，三角形 $ODq_1^C$ と三角形 $q_2^CCQ^C$ が合同となる．以上から，第 2 段階の均衡における社会的余剰は図 1 の斜線部の面積として表わされることが確認された．

## 3.2　第 1 段階の分析

第 1 段階では，第 2 段階における各企業の行動を予想して，政府が社会的余剰を最大化する補助金率 $s$ を選択する．通常であれば，第 2 段階における均衡生産量 $q_1^C(s)$ と $q_2^C(s)$ を社会的余剰の式 (1) に代入して得られる縮約された社会的余剰

$$W^C(s) = W(q_0^C(s), q_1^C(s))$$

を最大化する最適補助金率 $s^*$ を求める．前節と同じく，この節でも，最適補助金率を求めるにあたって，そうした通常の方法とは異なる方法を考えていくことにする．

そのために，図 2 を利用することにしよう．自明な事実として，限界費用逓増の技術を持つ 2 社が同質財を生産する場合，社会的余剰を最大化する取引量と価格の組は完全競争均衡取引量と均衡価格の組 $(Q^*, P^*)$ である．もし，この組を生産補助金によって実現できるのであれば，政府はそのような補助金水準 $s^*$ を選択するはずである．結論から言って

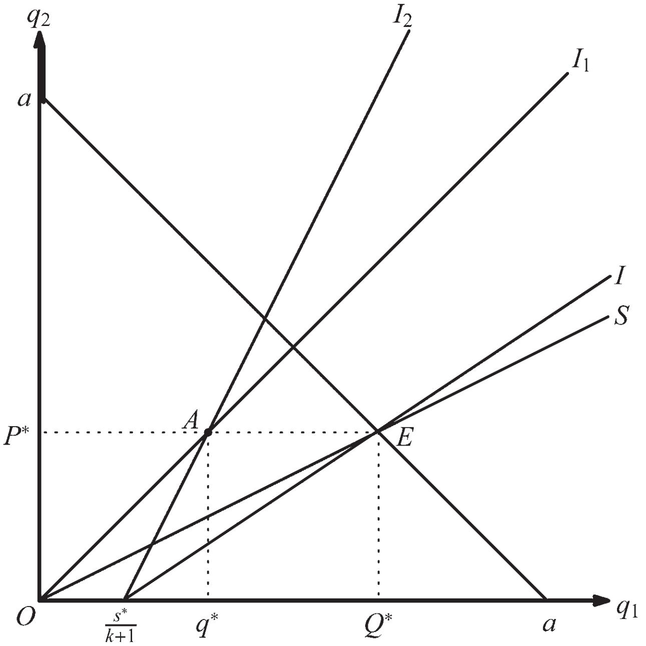


図 2　最適補助金と部分ゲーム完全均衡

しまえば，そうした補助金水準は存在し，完全競争均衡 $(Q^*, P^*)$ は混合複占市場でも実現可能なのである．図を用いてそのことを示すことにしよう．

図 2 における直線 $S$ は（完全競争市場下の）市場供給曲線である．すなわち，企業 1 の池間カーブ $I_1$（つまり，限界費用曲線）を水平方向に 2 社分足したものである．当然ながら，直線 $S$ と需要曲線の交点 $E$ は完全競争市場均衡である．完全競争均衡価格 $P^*$ の下では，完全競争的に行動する 2 社はともにそれぞれ $q^*$ だけ財を生産する．それを踏まえて混合複占を考えてみる．前節で述べたように，補助金率 $s$ の上昇は $I$ と $I_2$ の錐を右方向に横滑りさせる．そこで，需要曲線と $I$ の交点がちょうど点 $E$ になるように，政府が補助金率を調整するものとし，そのときの補助金率を $s^*$ だとしよう．すると，第 2 段階で企業 1 も企業 2 も自身の池間カーブに従って生産量 $q^*$ を選択し，その結果，総生産量が $Q^*$，価格が $P^*$ となる．これはちょうど完全競争均衡 $(Q^*, P^*)$ と同じである．すなわち、補助金率 $s^*$ は混合複占市場において完全競争市場均衡と同じ配分を達成させるのである．

## 4　結論

本論文では，池間カーブによって混合複占均衡を幾何学的に分析した．本研究が想定した状況は，第 1 段階に政府が企業に対する従量補助金率を決定し，それを観察した上で，第 2 段階で私企業と公企業が生産量を決定する，という 2 段階ゲームである．そうした混合複占市場であっても「補助金を適切に設定すれば完全競争市場均衡の配分が実現する」ということは，White (1996) がすでに計算によって示している．本研究の要点は，数量・価格の平面だけで彼の研究成果を示したという点である．

通常の寡占分析であれば，まず，各企業の反応関数を導出し，そこからクールノー・ナッシュ均衡を求める．そして，その議論を踏まえて，比較静学や余剰分析を行う．つまり，分析の第 1 段階目は各企業の生産量の平面によって，余剰分析などの第 2 段階目は数量・価格の平面によって分析を行うわけである．完全競争均衡や独占均衡が数量・価格の平面だけで分析可能な一方，2 社以上の寡占になった途端に 2 段階の分析が必要だというのは分析手法が不整合だという感が否めないであろう．その不整合性を補てんするのが池間カーブである．本研究では，この池間カーブを用いて，混合複占市場均衡を分析するとともに，補助金政策を導入して完全競争市場均衡との関連性についても説明を加えたのである．ただし，そうした分析と説明は，既存研究の知見を超えるものではないのは言うまでもない．しかしながら，幾何学的に，そして，たった 1 つの平面で全ての議論が可能であることを示す本研究は，教育的な意味において，重要性があるものと考えられる．

## 参考文献

池間誠 (1991). 『国際複占競争への理論』文眞堂.

都丸善央 (2014). 『公私企業間競争の経済分析』勁草書房.

松村敏弘 (2005). 「混合寡占市場の分析とゲーム理論」今井晴雄・岡田章編『ゲーム理論の応用』勁草書房.

De Fraja, G. and Delbono, F. (1989). “Alternative Strategies of a Public Enterprise in Oligopoly,” *Oxford Economic Papers* vol.41, pp.302–311.

Gil-Molto, M. J., Poyago-Theotoky, J., Zikos, V. (2011). “R&D Subsidies, Spillovers, and Privatization in Mixed Markets,” *Southern Economic Journal* vol.78, pp.233–255.

Hashimzade, N., Khodavaisi, H., and Myles, G. (2007). “An Irrelevance Result with Differentiated Goods,” *Economics Bulletin* vol.8, pp.1–7.

Ishikawa, J. (1997). "Diagrammatic Demonstration of the Cournot Equilibrium," *Japanese Economic Review* vol.48, pp.90–100.

Kato, K. and Tomaru, Y. (2007). "Mixed Oligopoly, Privatization, Subsidization, and the Order of Firms' Moves: Several Types of Objectives," *Economics Letters* vol.96, pp.287–292.

Matsumura, T. and Okumura, Y. (2013). "Privatization Neutrality Theorem Revisited," *Economics Letters* vol.118, pp.324–326.

Matsumura, T. and Tomaru, Y. (2012). "Market Structure and Privatization Policy under International Competition," *Japanese Economic Review* vol.63, pp.244–258.

Matsumura, T. and Tomaru, Y. (2013). "Mixed Duopoly, Privatization, and Subsidization with Excess Burden of Taxation," *Canadian Journal of Economics* vol.46, pp.526–554.

Myles, G. (2002). "Mixed Oligopoly, Subsidization and the Order of Firms' Moves: An Irrelevance Result for the General Case," *Economics Bulletin* vol.12, pp.1–6.

Poyago-Theotoky, J. (2001). "Mixed Oligopoly, Subsidization and the Order of Firms' Moves: An Irrelevance Result," *Economics Bulletin* vol.12, pp.1–5.

Tomaru, Y. (2006). "Mixed Oligopoly, Partial Privatization and Subsidization," *Economics Bulletin* vol.12, pp.1–6.

Tomaru, Y. and Saito, M. (2010). "Mixed Duopoly, Privatization and Subsidization in an Endogenous Timing Framework," *Manchester School* vol.78, pp.41–59.

Wang, L. F. S., Chen, T-L. (2011). "Privatization, Efficiency Gap, and Subsidization with Excess Taxation Burden," *Hitotsubashi Journal of Economics* vol.52, pp.55–68.

White, M. D. (1996). "Mixed Oligopoly, Privatization and Subsidization," *Economics Letters*, vol.53, pp.189–195.

Zikos, V. (2007). "A Reappraisal of the Irrelevance Result in Mixed Duopoly: A note on R&D competition," *Economics Bulletin* vol.12, pp.1–6.